Jahres-Klassenarbeit
Klasse 7 - 2007

Teil 1: Trainingsaufgaben

Teil 2: Jahresklassenarbeit

Zeitdauer 90 Minuten

Datei Nr. 19077

Stand 19. März 2025

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK
UND STUDIUM

https://mathe-cd.de

Inhalt:

Teil 1	Trainingsaufgaben	3
	Lösungen	7
Teil 2	Jahresklassenarbeit	25
	Lösungen	34

Trainingsaufgaben zur Jahresklassenarbeit über den Stoff der Klasse 7

1. Teil: Rationale Zahlen (kein Taschenrechner zugelassen!)

Aufgabe 1

a) $(-23)+(-39)=$ b) $(+49)-(-35)=$

c) $(-29)-(+71)=$ d) $(+78)-(+113)=$

Aufgabe 2

a) $3\frac{4}{5}-6\frac{3}{4}=$ b) $-5\frac{3}{8}-9\frac{5}{12}=$

Aufgabe 3

Welche der folgenden Gleichungen sind richtig gelöst?
Berechne dazu die Ergebnisse auf beiden Seiten:

a) $1027-(389-512)=(1027-389)-512$

b) $-418+(-211-129)=(-418-211)-129$

Aufgabe 4

Schreibe die Aufgabe rechts ohne Klammern auf.
Berechne das Ergebnis <u>links mit Klammern</u> <u>und rechts der Reihe nach</u>

a) $5\frac{1}{2}-\left(3\frac{1}{4}+2\frac{1}{8}\right)=$ b) $-2,86+(-4,4+2,815)=$

Aufgabe 5

a) $(-2)\cdot(+3)\cdot(-7)=$ b) $(-12)\cdot(-3)\cdot(-5)=$

c) $(-8)\cdot 5\cdot(-2)=$ d) $9\cdot(-2)\cdot 3=$

e) $-5\cdot(-2)\cdot 17=$ f) $(-14)\cdot(-14)\cdot(-2)=$

Aufgabe 6

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{6}{11}=$ b) $\left(-\frac{16}{25}\right)\cdot\frac{5}{8}\cdot\left(-\frac{10}{3}\right)=$

c) $\left(-\frac{5}{18}\right)\cdot\left(-\frac{24}{35}\right)\cdot\frac{14}{36}\cdot\left(-\frac{13}{27}\right)=$ d) $-4\frac{4}{5}\cdot\left(-1\frac{29}{36}\right)\cdot\left(2\frac{4}{13}\right)=$

e) $19\frac{3}{5}\cdot\left(-2\frac{2}{49}\right)\cdot\left(-3\frac{1}{4}\right)^2=$ f) $\left(-\frac{3}{8}\right)^2\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)^3=$

Aufgabe 7

a) $(-4,5):0,9=$ b) $0,36:(-60)=$

c) $(-0,5):(-0,02)=$ d) $-12,5:0,625=$

e) $-0,1603:(-0,458)=$ f) $34,44:0,028=$

Aufgabe 8 **Wende das Distributivgesetz an, berechne beide Seiten!**

a) $(-14)\cdot[4+(-12)]=$ b) $[(-15)+(-22)]\cdot(-3)=$

c) $25\cdot[(-14)-(-11)]=$ d) $(-18)\cdot[35-(-15)]=$

2. Teil: Zuordnungen: Direkte und umgekehrte Proportionalität, Linearität

Aufgabe 9 (Taschenrechner sind zugelassen!)

Untersuche die Größen x und y, die in den Tabellen auf Proportionalität. Wenn sie vorliegt, gib die Proportionalitätskonstante an und stelle die zugehörige Gleichung auf.

a)

x	6	15	7,5
y	25,8	64,5	32,25

b)

x	4,5	8	15	30
y	1,215	62,16	5,25	10,5

c)

x	14	15	16
y	392	420	448

d)

x	5,4	11	23,9	44
y	70,2	143	310,7	616

e)

x	8	3	12	6	2	6	4	50	48
y	12	32	?	?	?	16	24	1,92	2

Aufgabe 10 Das Wertepaar $P_1(4\,|\,6)$ gehört zu einer Zuordnung.
Wie lauten die fehlenden Koordinaten der Paare $P_2(12\,|\,y_2)$ und $P_3(x_3\,|\,2{,}5)$, sowie die Gleichung der Zuordnung, bei einer

a) Proportionalität
b) Antiproportionalität?

Aufgabe 11

Zeichne die Schaubilder folgender Gleichungen. Berechne dazu jeweils 5 Wertepaare und wähle dann einen geeigneten Maßstab auf den Achsen. Wie nennt man die jeweilige Zuordnung?

a) $y = 0{,}6 \cdot x$ (x-Achse von 0 bis 24)

b) $y = \frac{48}{x}$ (x-Achse von 0 bis 24)

c $y = \frac{1}{2} \cdot x + 2$ (x-Achse von 0 bis 10)

Schreibe auf: Wann nennt man zwei Größen proportional, wann umgekehrt proportional ?

Aufgabe 12

An einer Tankstelle benötigt Fritz zum Füllen seines Tanks (52 Liter) genau 92 Sekunden. Wie lange braucht Helga für 46 Liter? Wie viel läuft in 2 Minuten in einen großen Tank?

Aufgabe 13

3,5 m^3 Holz wiegen 4,2 t, wie viel wiegen dann 5,1 m^3? Welches Volumen haben dann 11 t?

Aufgabe 14

Tee wird in 24 Packungen zu 250 g abgefüllt. Für wie viele Packungen zu 125 g würde es reichen? Und für wie viele zu 400 g?

3. Teil: Prozent- und Zinsrechnung

Aufgabe 15

a) 72% sind 38 €, wie viel sind 50%?
b) 98% sind 117 €, wie viel sind 88%?
c) Passen folgende Angaben zusammen: 34% sind 73,44 m und 45% sind 96,2 m ?
d) Wie viel sind 80% von 30 % von 420 €?
e) Wie viel Prozent sind 30 € von 150 € und 0,3 g von 1500 g?

Aufgabe 16

Bei einer Wahl zum Bürgenmeister wurden folgende Stimmen ausgezählt:

Kandidat	Maier	Römer	Schulze	Lehmann	Sonstige	Summe
Absolute Häufigkeit	5280	12317	4210	872	1260	
Relative Häufigkeit						1
Prozentuale Häufigkeit						100%
Winkelgrad						360^{O}

Fülle die Tabelle aus und zeichne ein Kreisdiagramm-

Aufgabe 17

Ein Computer-Monitor kostet netto 182 €. Dazu kommen 19 % Mehrwertsteuer und anschließend 12 % Rabatt. Berechne den Endpreis.

Aufgabe 18

Ein CD-Player kostet noch 35,20 €. Dafür wurde der Preis um 20 % gesenkt. Alten Preis ?

Aufgabe 19

Ein Händler verkauft eine CD für 67 €. In ihr sind enthalten: 19 % Mehrwertsteuer, 3,50 € Versand..
Wie viel bleibt ihm dann als Gewinn, wenn das Finanzamt 43 % Einkommensteuer einbehält?
Wie groß war den Nettopreis und wie groß war der Anteil der Mehrwertsteuer?

Aufgabe 20

a) Sarah hat 420 € angelegt und nach einem Jahr 11,76 € Zins bekommen.
Tommy hat 590 € auf seinem Sparkonto. Sein Zins betrug in diesem Jahr 15,34 €.
Wer von beiden hatte den günstigeren Zinssatz ?

b) Paul hat 4865 € auf seinem Konto. Wie viel Zins ergibt dies bei 3,2% Zinssatz?

c) Klaus freut sich, dass er bei 4,1% Zinsen 86,10 € Zins bekommen hat.
Wie hoch war sein Guthaben zuvor?

Aufgabe 21

a) Herr Türk erhält für 3920 € 117,60 € Jahreszins. Wie viel erhält er für 5218 €?
b) Lissy erhält für 254 € 8,89 € Jahreszins. Welche Summe hätte 12 € Jahreszins ergeben?

Aufgabe 22

Klaus gewinnt im Lotto und legt 2300 € auf sein Sparkonto, für das ihm seine Bank 3,55% Zins gewährt. Wir hoch ist sein Konto nach 4 Jahren, wenn er in dieser Zeit weder Geld abhebt noch einbezahlt?

Aufgabe 23: Darlehen mit Ratenzahlung (schwer)

Frau Melzer hat ein Darlehen über 8000 € für einen Zinssatz von 6% aufgenommen. Sie bezahlt jedes Jahr 1200 € zurück. Berechne den Kontostand für die ersten 4 Jahre.
Überprüfe, ob das Darlehen nach 7 Jahren getilgt ist. Wir groß ist die letzte Rate?
Wie viel hat sie insgesamt abgezahlt?

4. Teil: Dreiecke, Vierecke, Kreis

Aufgabe 24

Zähle die Kongruenzsätze auf und beschreibe ihren Inhalt mit Worten. Welche Fälle gibt es?

Aufgabe 25

Konstruiere Dreiecke aus, mit Planfigur und Konstruktionstext

(a) $c = 6{,}7$ cm, $b = 6{,}3$ cm und $\beta = 65^\circ$

(b) $c = 8{,}2$ cm, $\alpha = 52^\circ$ und $w_\alpha = 5{,}4$ cm.

(c) $c = 6{,}0$ cm, $s_c = 5{,}4$ cm und $\alpha = 49^\circ$.

(d) $c = 8{,}4$ cm, $\gamma = 90^\circ$ und $h_c = 2{,}4$ cm.

Aufgabe 26

Konstruiere zum Dreieck ABC mit $A(1\,|\,4)$, $B(12\,|\,1)$, $C(10\,|\,13)$ den **Umkreis** und den **Inkreis**.

Aufgabe 27

Welche Bedeutung hat der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden, der Mittelsenkrechten und der Winkelhalbierenden? Beschreibe, was man unter dem **Fasskreis** versteht!

Aufgabe 28

Konstruiere ein Trapez aus folgenden Stücken:
$a = 5$ cm; $d = 3{,}8$ cm; $f = 4{,}5$ cm und $b = 4{,}0$ cm
Miss c und h und berechne den Flächeninhalt.

Aufgabe 29

Konstruiere ein Parallelogramm aus $d = 4{,}4$ cm, $h_a = 4$ cm und $e = 5$ cm.

Aufgabe 30

Konstruiere einen Drachen (also einen symmetrischen Drachen) aus
$a = 3$ cm, $b = 5$ cm und $f = 4$ cm.

ösungen zu den Trainingsaufgaben

1. Teil: Rationale Zahlen (kein Taschenrechner zugelassen!)

Aufgabe 1

a) $(-23)+(-39) = -23-39 = -62$

b) $(+49)-(-35) = 49+35 = 84$

c) $(-29)-(+71) = -29-71 = -100$

d) $(+78)-(+113) = 78-113 = -35$

Aufgabe 2

a) $$3\frac{4}{5}-6\frac{3}{4} = 3\frac{16}{20}-6\frac{15}{20} = -6\frac{15}{20}+3\frac{16}{20} = -\left[6\frac{15}{20}-3\frac{16}{20}\right] = -\left[5\frac{35}{20}-3\frac{16}{20}\right] = -2\frac{19}{20}$$

Diese Aufgabe ist schwer, weil die größere Zahl subtrahiert wird. Daher ändert man die Reihenfolge und klammert dann das Minuszeichen aus, was dann die Vorzeichen in der Klammer umkehrt. Beide Brüche bekommen den Hauptnenner 20. Um $\frac{15}{20}-\frac{16}{20}$ rechnen zu können, wandle ich noch 1 ganzes (von den 6) in $\frac{20}{20}$ um (2. eckige Klammer).

Leichter ist diese Aufgabe, wenn man die gemischten Brüche beseitigt, indem man sie in unechte Brüche verwandelt: $= \frac{19}{5}-\frac{27}{4} = \frac{76-135}{20} = \frac{-59}{20} = -2\frac{19}{20}$

b) $$-5\frac{3}{8}-9\frac{5}{12} = -\left[5\frac{3}{8}+9\frac{5}{12}\right] = -14\frac{9+10}{24} = -14\frac{19}{24}$$

Aufgabe 3

Welche der folgenden Gleichungen sind richtig gelöst? Berechne die Ergebnisse auf beiden Seiten:

a) Richtig:

$$\underbrace{1027-\underbrace{(389-512)}_{-123}}_{1027+123=\boxed{1150}} = \underbrace{\underbrace{(1027-389)}_{638}-512}_{638-512=\boxed{126}}$$

b) Falsch

$$\underbrace{-418+\underbrace{(-211-129)}_{-340}}_{-418-340=\boxed{-758}} = \underbrace{\underbrace{(-418-211)}_{-629}-129}_{-629-129=\boxed{-758}}$$

Aufgabe 4

Schreibe rechts ohne Klammern.

Berechne das Ergebnis <u>links mit Klammern</u> <u>und rechts der Reihe nach</u>

a) $$\underbrace{5\tfrac{1}{2}-\underbrace{\left(3\tfrac{1}{4}+2\tfrac{1}{8}\right)}_{5\frac{3}{8}}}_{\frac{1}{8}} = \underbrace{\underbrace{5\tfrac{1}{2}-3\tfrac{1}{4}}_{2\frac{1}{4}}-2\tfrac{1}{8}}_{\frac{1}{8}}$$

b) $$\underbrace{-2{,}86+\underbrace{(-4{,}4+2{,}815)}_{-1{,}585}}_{-4{,}445} = \underbrace{\underbrace{-2{,}86-4{,}4}_{-7{,}26}+2{,}815}_{-4{,}445}$$

Aufgabe 5

a) $(-2)\cdot(+3)\cdot(-7)=+42$

b) $(-12)\cdot(-3)\cdot(-5)=-180$

c) $(-8)\cdot 5\cdot(-2)=80$

d) $9\cdot(-2)\cdot 3=-54$

e) $-5\cdot(-2)\cdot 17=170$

f) $(-14)\cdot(-14)\cdot(-2)=-392$

Aufgabe 6

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{6}{11}=\frac{1\cdot 3\cdot \cancel{6}^{3}}{\cancel{2}\cdot 4\cdot 11}=\frac{9}{44}$

b) $\left(-\frac{16}{25}\right)\cdot\frac{5}{8}\cdot\left(-\frac{10}{3}\right)=\frac{16\cdot 5\cdot 10}{25\cdot 8\cdot 3}=\frac{2\cdot 1\cdot 10}{5\cdot 1\cdot 3}=\frac{4}{3}\quad\left(=1\frac{1}{3}\right)$

c) $\left(-\frac{5}{18}\right)\cdot\left(-\frac{24}{35}\right)\cdot\frac{14}{36}\cdot\left(-\frac{13}{27}\right)=-\frac{5\cdot 24\cdot 14\cdot 13}{18\cdot 35\cdot 36\cdot 27}=-\frac{\cancel{5}\cdot 2\cdot 2\cdot 13}{18\cdot \cancel{5}\cdot 3\cdot 27}=-\frac{26}{729}$

d) $-4\frac{4}{5}\cdot\left(-1\frac{29}{36}\right)\cdot\left(2\frac{4}{13}\right)=\frac{24}{5}\cdot\frac{65}{36}\cdot\frac{30}{13}=\frac{2\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 3\cdot 1}=\frac{20}{1}=20$

e) $19\frac{3}{5}\cdot\left(-2\frac{2}{49}\right)\cdot\left(-3\frac{1}{4}\right)^2=-\frac{98}{5}\cdot\frac{100}{49}\cdot\frac{13}{4}\cdot\frac{13}{4}=-\frac{2\cdot 20\cdot 13\cdot 13}{1\cdot 1\cdot 4\cdot 4}=-\frac{845}{2}=-422\frac{1}{2}$

f) $\left(-\frac{3}{8}\right)^2\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)^3=-\frac{\cancel{3\cdot 3}}{\cancel{8\cdot 8}}\cdot\frac{\cancel{4\cdot 4\cdot 4}}{\cancel{9}\cdot 9\cdot 9}=-\frac{1}{81}$

Aufgabe 7

a) $(-4{,}5):0{,}9=-45:9=-5$

b) $0{,}36:(-60)=-0{,}36:60=-0{,}036:6=-0{,}006$

c) $(-0{,}5):(-0{,}02)=0{,}\underrightarrow{50}:0{,}\underrightarrow{02}\,|=50:2=25$

d) $-12{,}5:0{,}625=-12500:625=-20$

denn $2\cdot 625=1250$ also ist $20\cdot 625=12500$

e) $-0{,}1603:(-0{,}458)=0{,}\underrightarrow{1603}:0{,}\underrightarrow{458}=160{,}3:458$

$$\begin{array}{l} 160{,}3:458=0{,}35\\ \underline{1603}\\ \underline{1374}\\ \quad 2290\\ \quad \underline{2290}\\ \qquad 0 \end{array}$$

f) $34{,}44:0{,}028=34440:28=1230$

$$\begin{array}{l} \underline{28}\\ \ \ 64\\ \ \ \underline{56}\\ \ \ \ 84\\ \ \ \ \underline{84}\\ \ \ \ \ 0 \end{array}$$

Aufgabe 8

a) $\underbrace{(-14)\cdot\underbrace{[4+(-12)]}_{-8}}_{112}=\underbrace{\underbrace{(-14)\cdot 4}_{-56}+\underbrace{(-14)\cdot(-12)}_{168}}_{112}$

b) $\underbrace{\underbrace{[(-15)+(-22)]}_{-37}\cdot(-3)}_{111}=\underbrace{\underbrace{(-15)\cdot(-3)}_{45}+\underbrace{(-22)\cdot(-3)}_{66}}_{111}$

c) $\underbrace{25\cdot\underbrace{[(-14)-(-11)]}_{-3}}_{-75}=\underbrace{\underbrace{25\cdot(-14)}_{-350}-\underbrace{25\cdot(-11)}_{-275}}_{-350+275=-75}$

d) $\underbrace{(-18)\cdot\underbrace{[35-(-15)]}_{50}}_{-900}=\underbrace{\underbrace{(-18)\cdot 35}_{-630}-\underbrace{(-18)(-15)}_{270}}_{-630-270=-900}$

2. Teil: Zuordnungen: Direkte und umgekehrte Proportionalität, Linearität

Aufgabe 9 (Taschenrechner sind zugelassen!)

Untersuche die Größen x und y, die durch die nachfolgenden Tabellen gegeben sind auf Proportionalität. Wenn sie vorliegt, gib die Proportionalitätskonstante an und stelle die zugehörige Gleichung auf.

a)

x	6	15	7,5
y	25,8	64,5	32,25
$\frac{y}{x}$	4,3	4,3	4,3

Hier liegt eine Proportionalität vor, denn $\frac{y}{x}$ ist konstant (oder so:) die drei Wertepaare sind quotientengleich.

b)

x	4,5	8	15	30
y	1,215	62,16	5,25	10,5
$\frac{y}{x}$	0,27	7,77	0,35	0,35

Hier liegen keine quotientengleichen Paare vor. Lässt man das zweite Paar weg und betrachtet das erste als ungenau, dann könnte man sagen, dass das 1., 3. und 4. Paar zu einer Proportionalität gehören.

c)

x	14	15	16
y	392	420	448
$\frac{y}{x}$	28	28	28

Hier liegt eine Proportionalität vor, denn $\frac{y}{x}$ ist konstant (oder so:) die drei Wertepaare sind quotientengleich.

d)

x	5,4	11	23,9	44
y	70,2	143	310,7	616
$\frac{y}{x}$	13	13	13	14

Hier liegen drei quotientengleiche Paare vor. Das vierte Paar passt nicht dazu. Also gehören die ersten drei Paare zu einer Proportionalität.

e)

x	8	3	12	6	2	6	4	50	48
y	12	32	8	16	48	16	24	1,92	2

Es sind produktgleiche Paare: $8 \cdot 12 = 96$ und $3 \cdot 32 = 96$,

Also rechnet man z.B.

$$\frac{96}{12} = 8,\quad \frac{96}{6} = 16,\quad \frac{96}{2} = 48,\quad \frac{96}{16} = 6,\quad \frac{96}{24} = 4,\quad \frac{96}{1{,}92} = 50,\quad \frac{96}{2} = 48$$

Aufgabe 10

Das Wertepaar $P_1(4\,|\,6)$ gehört zu einer Zuordnung.

Wie lauten die fehlenden Koordinaten der Paare $P_2(12\,|\,y_2)$ und $P_3(x_3\,|\,2{,}5)$, sowie die Gleichung der Zuordnung, bei einer

a) Proportionalität
b) Antiproportionalität?

Lösung

a) Bei einer Proportionalität sind die Paare quotientengleich, also gilt

$$\frac{12}{y_2} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow 4 \cdot y_2 = 72 \Leftrightarrow y_2 = \frac{72}{4} = 18 \quad \text{und}$$

$$\frac{x_3}{2{,}5} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow 6 \cdot x_3 = 2{,}5 \cdot 4 \Leftrightarrow x_3 = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

b) Bei einer Antiproportionalität sind die Paare produktgleich, also gilt

$$12 \cdot y_2 = 4 \cdot 6 \Leftrightarrow y_2 = \frac{24}{12} = 2 \quad \text{und}$$

$$2{,}5 \cdot x_3 = 24 \Leftrightarrow x_3 = \frac{24}{2{,}5} = \frac{96}{10} = 9{,}6\,.$$

Aufgabe 11

Zeichne die Schaubilder folgender Gleichungen. Berechne dazu jeweils 5 Wertepaare und wähle dann einen geeigneten Maßstab auf den Achsen.

Wie nennt man die jeweilige Zuordnung?

a) $y = 0{,}6 \cdot x$ (x-Achse von 0 bis 24)

b) $y = \frac{48}{x}$ (x-Achse von 0 bis 24)

c $y = \frac{1}{2}x + 2$ (x-Achse von 0 bis 10)

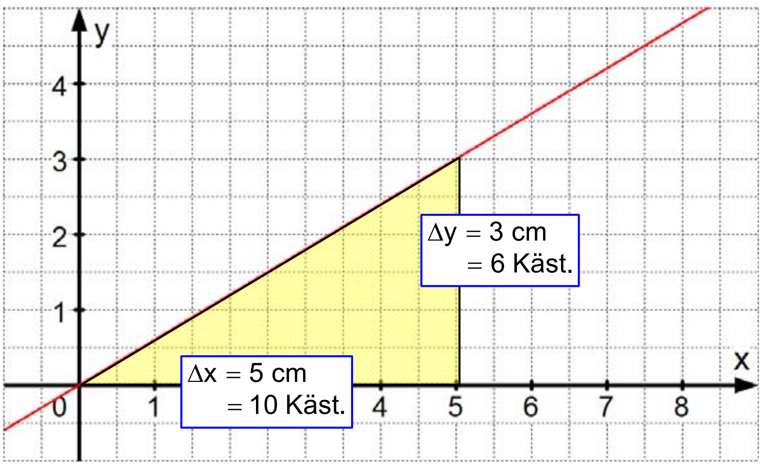
Schreibe auf:
Wann nennt man zwei Größen proportional,
wann umgekehrt proportional ?

Lösung

g: $y = 0{,}6 \cdot x \Leftrightarrow y = \frac{6}{10}x$

$\Leftrightarrow y = \frac{3}{5}x$

(und 5 Paare ….)

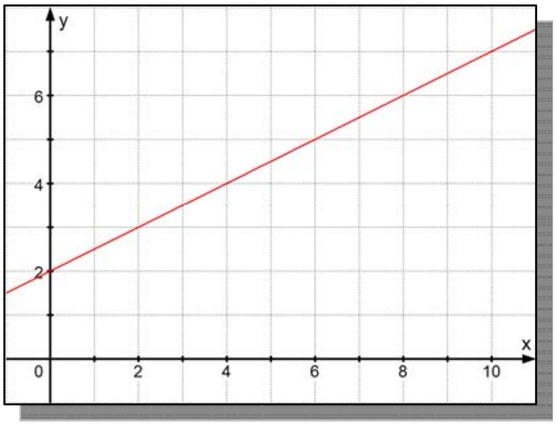


b)

x	2	4	6	8	10	12
y	24	12	8	6	4,8	4

c) $y = \frac{1}{2} \cdot x + 2$

und 5 Punkte….



a) ist eine Proportionalität (weil alle Paare quotientengleich sind).

b) ist eine umgekehrte Proportionalität (weile alle Paare produktgleich sind).

c) ist eine Linearität, d.h. eine Proportionalität für die Zunahme. Der Startwert ist hier nicht mehr 0!

Aufgabe 12

An einer Tankstelle benötigt Fritz zum Füllen seines Tanks (52 Liter) genau 92 Sekunden. Wie lange braucht Helga für 46 Liter? Wieviel läuft in 2 Minuten in einen großen Tank?

1. Lösung: Quotientengleiche Paare

$$(52\,L \mid 92\,s),\ (46\,L \mid y_2),\ (x_3 \mid 120\,s)$$

$$\frac{52\,L}{92\,s} = \frac{46\,L}{y_2} \Rightarrow 52\,L \cdot y_2 = 92\,s \cdot 46\,L \Rightarrow y_2 = \frac{92\,s \cdot 46\,\cancel{L}}{52\,\cancel{L}} = 81{,}4\,s$$

$$\frac{52\,L}{92\,s} = \frac{x}{120\,s} \Rightarrow 92\,s \cdot x_3 = 52\,L \cdot 120\,s \Rightarrow x_3 = \frac{52\,L \cdot 120\,\cancel{s}}{92\,\cancel{s}} = 67{,}8\,L$$

2. Lösung (Dreisatz)

52 Liter fließen in 92 Sekunden,

1 Liter fließt in $\frac{92}{52}$ s und 46 Liter in $\frac{92 \cdot 46}{52}$ s $\approx 81{,}4$ s

Aufgabe 13

3,5 m³ Holz wiegen 4,2 t, wie viel wiegen dann 5,1 m³ ? Welches Volumen haben dann 11 t ?

1. Lösung: Quotientengleiche Paare

$$\left(3{,}5\,m^3 \mid 4{,}2\,t\right),\ \left(5{,}1\,m^3 \mid y_2\right),\ \left(x_3 \mid 11\,t\right)$$

$$\frac{3{,}5\,m^3}{4{,}2\,t} = \frac{5{,}1\,m^3}{y_2} \Rightarrow 3{,}5\,m^3 \cdot y_2 = 5{,}1\,m^3 \cdot 4{,}2\,t \Rightarrow y_2 = \frac{5{,}1\,\cancel{m^3} \cdot 4{,}2\,t}{3{,}5\,\cancel{m^3}} = 6{,}12\,t$$

$$\frac{3{,}5\,m^3}{4{,}2\,t} = \frac{x_3}{11\,t} \Rightarrow 4{,}2\,t \cdot x_3 = 3{,}5\,m^3 \cdot 11\,t \Rightarrow x_3 = \frac{3{,}5\,m^3 \cdot 11\,\cancel{t}}{4{,}2\,\cancel{t}} \approx 9{,}2\,m^3$$

2. Lösung (Dreisatz ☹)

3,5 m³ wiegen 4,2 t, 1 m³ wiegt $\frac{4{,}2}{3{,}5}$ t und 5,1 m³ wiegen $\frac{4{,}2 \cdot 5{,}1}{3{,}5}\,t = 6{,}12\,t$

Aufgabe 14

Tee wird in 24 Packungen zu 250 g abgefüllt. Für wie viele Packungen zu 125 g würde es reichen ? Und für wie viele zu 400 g?

Gegeben: $P_1(24 \mid 250g)$ und $P_2(x_2 \mid 125g)$ und $P_3(x_3 \mid 400g)$

Es liegen produktgleiche Paare vor:

1. Weg:

a) $24 \cdot 250\,g = x_2 \cdot 125\,g$

$$x_2 = \frac{24 \cdot \cancel{250\,g}^{\,2}}{\cancel{125\,g}} = 48$$

b) $24 \cdot 250\,g = x_3 \cdot 400\,g$

$$x_2 = \frac{24 \cdot 250\,g}{400\,g} = 15$$

2. Weg:

$$P_1(24 \mid 250g) \xrightarrow{\boxed{\cdot 2}\ \ \boxed{:2}} P_2(x_2 \mid 125g)$$

Also: $x_2 = 48$

$$P_1(24 \mid 250g) \xrightarrow{\boxed{:\frac{40}{25}}\ \ \boxed{\cdot\frac{40}{25}}} P_3(x_3 \mid 400g)$$

$x_3 = 24 \cdot \frac{25}{40} = 15$

3. Teil: Prozent- und Zinsrechnung

Aufgabe 15

a) 72% sind 38 €, wie viel sind 50%?

Grundwert: $G = \frac{W}{p} = \frac{38\text{ €}}{0{,}72} = 52{,}78\text{ €}$: 50% davon sind $W = 0{,}5 \cdot 52{,}78\text{ €} = 26{,}39\text{ €}$

b) 98% sind 117 €, wie viel sind 88%?

Grundwert: $G = \frac{W}{p} = \frac{117\text{ €}}{0{,}98} = 119{,}39\text{ €}$: 88% sind $W = 0{,}88 \cdot 119{,}39\text{ €} = 105{,}06\text{ €}$

c) Passen folgende Angaben zusammen ? Zu beiden den Grundwert berechnen:

$G_1 = \frac{73{,}44\text{ m}}{0{,}34} = 216\text{ m}$ $G_2 = \frac{96{,}2\text{ m}}{0{,}45} = 214 \cdot !$

d) Wie viel sind 80% von 30 % von 420 €?

1. Schritt: 30% von 420 € sind $0{,}3 \cdot 420\text{ €} = 126\text{ €}$
2. Schritt: 80% von 126 € sind $0{,}8 \cdot 126\text{ €} = 100{,}8\text{ €}$

Oder in einem Schritt:

80% von 30% von 420 € sind $0{,}8 \cdot 0{,}3 \cdot 420\text{ €} = \underbrace{0{,}24 \cdot}_{24\,\%\text{ von}} 420\text{ €} = 100{,}8\text{ €}$

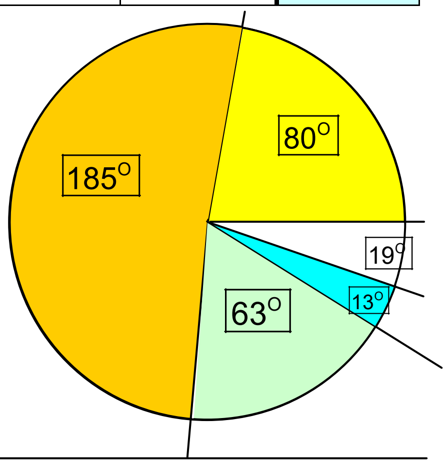
e) Wie viel Prozent sind 30 € von 150 € und 0,3 g von 1500 g?

$p = \frac{W}{G} = \frac{30}{150} = \frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\%$ und $p = \frac{0{,}3}{1500} = 0{,}00|02 = 0{,}02\% = 0{,}2‰$

Aufgabe 16

Kandidat	Maier	Römer	Schulze	Lehmann	Sonstige	Summe
Absolute Häufigkeit	5280	12317	4210	872	1260	23939
Relative Häufigkeit	$\frac{5280}{23939} \approx 0{,}221$	0,515	0,176	0,036	0,053	1,001
Prozentuale Häufigkeit	22,1 %	51,5 %	17,6 %	3,6%	5,3%	100,1%
Winkelgrad	$0{,}221 \cdot 360^\circ \approx 80^\circ$	185°	63°	13°	19°	360°

Die Summen sind nicht genau 1 bzw. 100% weil zwischendurch gerundet worden ist!



Aufgabe 17

Ein Computer-Monitor kostet netto 182 €. Dazu kommen 19 % Mehrwertsteuer und anschließend 12 % Rabatt. Berechne den Endpreis.

1 Methode: Zum alten Preis (der 100 % entspricht), kommen noch 19% Aufschlag dazu, so dass der neue Preis 119% des alten entspricht. Dann werden vom Bruttopreis, der in der neuen Rechnung wieder 100% hat, 12% abgezogen, so dass der Verkaufspreis davon noch 88% beträgt.

Bruttopreis = 119% von $182\text{ €} = 1{,}19 \cdot 182\text{ €} = 216{,}58\text{ €}$

Verkaufspreis

$= 88\%$ von $216{,}58\text{ €} = 0{,}88 \cdot 216{,}58\text{ €} \approx 190{,}59\text{ €}$

2. **Methode:** **Kurzmethode**: Der Verkaufspreis entsteht durch das Produkt

$$\boxed{VK = \underbrace{\text{Netto} \cdot 1{,}19}_{\text{Brutto}} \cdot 0{,}88 = 182\text{ €} \cdot 1{,}19 \cdot 0{,}88 \approx 190{,}59\text{ €}}$$

Aufgabe 18

Ein CD-Player kostet noch 35,20 €. Dafür wurde der Preis um 20 % gesenkt. Berechne alten Preis.

Lösung: 80 % sind 35,20 Alter Preis = $\frac{35{,}20\text{ €}}{0{,}8} = 44\text{ €}$

Aufgabe 19

Ein Händler verkauft eine CD für 67 €.
In ihr sind enthalten: 19 % Mehrwertsteuer, 3,50 € Porto und Verpackung.
Wie viel bleibt ihm dann als Gewinn, wenn das Finanzamt 43 % Einkommensteuer einbehält?
Wie groß war den Nettopreis und wie groß war der Anteil der Mehrwertsteuer?

Lösung

Die 67 € entsprechen 119%, also ist der Nettopreis inklusive Versand:

$$N = \frac{67\text{ €}}{1{,}19} = 56{,}30\text{ €}.$$

Zieht man die Versandunkosten ab, bleibt rein Netto
$R = 56{,}30\text{ €} - 3{,}50\text{ €} = 52{,}80\text{ €}$

Nach Abzug der 43 % ESt bleiben dem Händler noch
$G = 52{,}80\text{ €} \cdot 0{,}57 = 30{,}10\text{ €}$

Dies sind $p = \frac{30{,}10}{67} = 0{,}449 \approx 45\%$.

Die Mehrwertsteuer betrug $M = 56{,}30\text{ €} \cdot 0{,}19 = 10{,}70\text{ €}$, denn auf die Versandunkosten wird auch die Mehrwertsteuer berechnet.

Aufgabe 20

a) Sarah hat 420 € angelegt und nach einem Jahr 11,76 € Zins bekommen.
Tommy hat 590 € auf seinem Sparkonto. Sein Zins betrug in diesem Jahr 15,34 €.
Wer von beiden hatte den günstigeren Zinssatz?

b) Paul hat 4865 € auf seinem Konto. Wie viel Zins ergibt dies bei 3,2% Zinssatz?

c) Klaus freut sich, dass er bei 4,1% Zinsen 86,10 € Zins bekommen hat.
Wie hoch war sein Guthaben zuvor?

Lösung

Die Formel lautet: $\boxed{Z = K \cdot p \quad \text{bzw.} \quad p = \frac{Z}{K} \quad \text{bzw.} \quad K = \frac{Z}{p}}$

a) Zinssatz für Sarah: $p = \frac{11{,}76}{420} = 0{,}028 = 2{,}8\%$

Zinssatz für Tommy: $p = \frac{15{,}34}{590} = 0{,}026 = 2{,}6\%$

Sarah hatte den günstigeren Zinssatz!

b) Zins für Paul: $Z = 4865\,€ \cdot 0{,}032 = 155{,}68\,€$

c) Grundwert: $G = \frac{86{,}10\,€}{0{,}041} = 2100\,€$.

Aufgabe 21

a) Herr Türk erhält für 3920 € 117,60 € Jahreszins. Wie viel erhält er für 5218 €?

b) Lissy erhält für 254 € 8,89 € Jahreszins. Welche Summe hätte 12 € Jahreszins ergeben?

1. Lösung (ausführlich)

a) Der Zinssatz betrug $p = \frac{117{,}6}{3920} = 0{,}03 = 3\%$.
Daher erhält Herr Türk für 5218 € 156,54 € Zins.

b) Der Zinssatz betrug $p = \frac{8{,}89}{254} = 0{,}035 = 3{,}5\%$.

12 € Zins erhält Lissy für das Kapital $K = \frac{12}{0{,}035} = 342{,}86\,€$

2. Lösung (mit quotientengleichen Paaren):

a) $(3920\,€\,|\,117{,}60\,€)$ und $(5218\,|\,Z)$ sind quotientengleich. Daher gilt

$$\frac{Z}{5218\,€} = \frac{117{,}6\,€}{3920\,€} \quad \Rightarrow \quad Z = \frac{117{,}6\,€}{3920\,€} \cdot 5218\,€ = 156{,}54\,€.$$

b) $(254\,€\,|\,8{,}89\,€)$ und $(K\,|\,12\,€)$ sind quotientengleich. Daher gilt

$$\frac{K}{12\,€} = \frac{254\,€}{8{,}89\,€} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{254\,€}{8{,}89\,€} \cdot 12\,€ = 342{,}86\,€.$$

Aufgabe 22

Klaus gewinnt im Lotto und legt 2300 € auf sein Sparkonto, für das ihm seine Bank 3,55% Zins gewährt. Wir hoch ist sein Konto nach 4 Jahren, wenn er in dieser Zeit weder Geld abhebt noch einbezahlt?

Lösung

Startkapital K_O = 2300 €, Zinssatz p = 3,55 % p.a.

Nach 1 Jahr: $K_1 = 2300\,€ \cdot 1{,}0355 = 2381{,}65\,€$

Nach 2 Jahren: $K_2 = 2381{,}65\,€ \cdot 1{,}0355 = 2466{,}19\,€$

Nach 3 Jahren: $K_3 = 2466{,}19\,€ \cdot 1{,}0355 = 2553{,}73\,€$

Nach 4 Jahren: $K_4 = 2553{,}73\,€ \cdot 1{,}0355 = 2644{,}38\,€$

Kurzrechnung:

Nach 4 Jahren: $K_4 = K_O \cdot 1{,}0355^4 = 2300\,€ \cdot 1{,}0355^4 = 2644{,}40\,€$

Aufgabe 23: Darlehen mit Ratenzahlung (schwer)

Frau Melzer hat ein Darlehen über 8.000 € für einen Zinssatz von 6% aufgenommen. Sie bezahlt jedes Jahr 1.200 € zurück. Berechne den Kontostand für die ersten 4 Jahre.
Überprüfe, ob das Darlehen nach 7 Jahren getilgt ist.
Wir groß ist die letzte Rate?
Wie viel hat sie insgesamt abgezahlt?

Lösung

Kontostand beim Start:

$K_O = -8.000\,€$ (negativ bedeutet Schulden!)

Nach 1 Jahr: (R = 1.200 € ist die Darlehensrate = Rückzahlung)

$K_1 = K_O \cdot 1{,}06 + R = -8.000\,€ \cdot 1{,}06 + 1.200\,€ = -7.280\,€$

Nach 2 Jahren:

$K_2 = K_1 \cdot 1{,}06 + R = -7.280\,€ \cdot 1{,}06 + 1.200\,€ = -6.516{,}80\,€$

Nach 3 Jahren:

$K_3 = K_2 \cdot 1{,}06 + R = -6516{,}80\,€ \cdot 1{,}06 + 1200\,€ = -5707{,}81\,€$

Nach 4 Jahren:

$K_4 = K_3 \cdot 1{,}06 + R = -5707{,}81\,€ \cdot 1{,}06 + 1200\,€ = -4850{,}28\,€$

Man kann dies mit dem Taschenrechner fortlaufend eintippen und erhält

$K_5 = -3941{,}30\,€$

$K_6 = -2977{,}78\,€$

$K_7 = -1956{,}44\,€$ Hier ist also das Darlehen noch nicht getilgt!

$K_8 = -\ 873{,}83\,€$

Sie hat insgesamt 8-mal die Rate R =1200 € bezahlt.

Die Schlussrate ist die verzinste Restschuld: $R^* = K_8 \cdot 1{,}06 = 926{,}26\,€$

Siehe dazu die übersichtliche Tabelle:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				Schuld Beginn des Jahres	Zinsen p/a	K+Z	Rate endfällig	Schuld nach Bezahlung der Rate
2	nach	1.	Jahr	-8 000,00	-480,00	-8 480,00	1 200,00	-7 280,00
3	nach	2.	Jahr	-7 280,00	-436,80	-7 716,80	1 200,00	-6 516,80
4	nach	3.	Jahr	-6 516,80	-391,01	-6 907,81	1 200,00	-5 707,81
5	nach	4.	Jahr	-5 707,81	-342,47	-6 050,28	1 200,00	-4 850,28
6	nach	5.	Jahr	-4 850,28	-291,02	-5 141,29	1 200,00	-3 941,29
7	nach	6.	Jahr	-3 941,29	-236,48	-4 177,77	1 200,00	-2 977,77
8	nach	7.	Jahr	-2 977,77	-178,67	-3 156,44	1 200,00	-1 956,44
9	nach	8.	Jahr	-1 956,44	-117,39	-2 073,82	1 200,00	-873,82
10								
11	bezahlt bis Ende 8. Jahr				-2 473,82		9 600,00	
12								
13	nach	9.	Jahr	-873,82	-52,43	-926,25	926,25	0,00
14								
15	bezahlt bis Ende 9. Jahr				-2 526,25		10 526,25	
16						Gesamt	13 052,50	

4. Teil: Dreiecke, Vierecke, Kreis

Aufgabe 24

Zähle die Kongruenzsätze auf und beschreibe ihren Inhalt mit Worten. Welche Fälle gibt es?

Lösung: (Ausführlich im Text 11111 ab Seite 12)

1. Kongruenzsatz (SSS):

Dreiecke, die in ihren drei Seiten übereinstimmen, sind kongruent.

2. Kongruenzsatz (SWS):

Dreiecke, die in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen, sind kongruent.

3. Kongruenzsatz (WSW):

Dreiecke, die in zwei Winkel und einer Seite übereinstimmen, sind kongruent:

4. Kongruenzsatz (SSW_g)

Dreiecke, die in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der <u>größeren</u> Seite übereinstimmen, sind kongruent.

Aufgabe 25

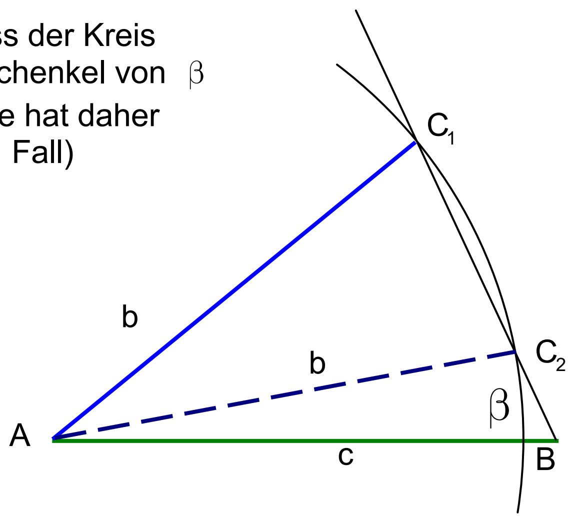
(a) $c = 6{,}7$ cm, $b = 6{,}3$ cm und $\beta = 65°$

Lösung:

Jetzt beobachten wir den Fall, dass der Kreis um A mit Radius b den freien Schenkel von β zweimal schneidet. Diese Aufgabe hat daher zwei verschiedene Lösungen! (3. Fall)

Konstruktionstext:

1. Zeichne AB = c.
2. Lege an c in B β an.
3. Der Kreis um A mit Radius b schneidet den freien Schenkel von β in C_1 und C_2.

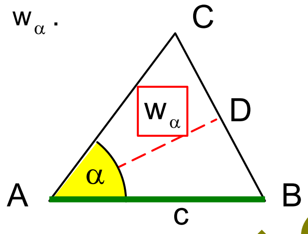


Es gibt zwei verschiedene Dreiecke ABC_1 und ABC_2.

(b) $c = 8{,}2\text{ cm}$, $\alpha = 52^\circ$ und $w_\alpha = 5{,}4\text{ cm}$.

Lösung:

Plan: Wir konstruieren zuerst das Teildreieck ABD aus c, $\frac{1}{2}\alpha$ und w_α.



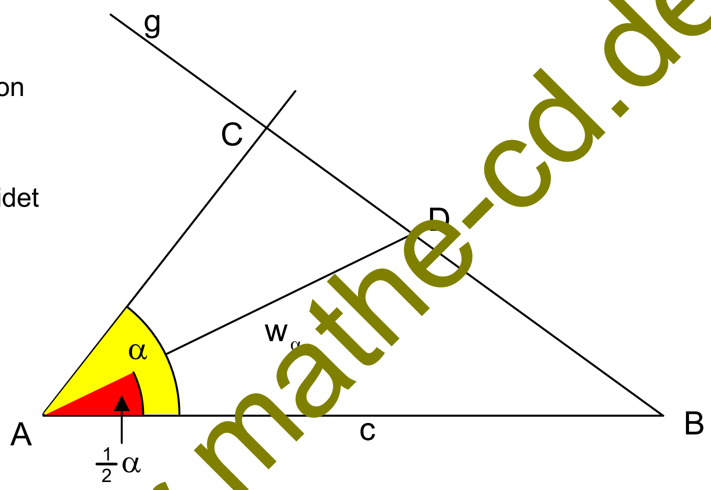
Konstruktion:

1. Zeichne AB = c.

2. Lege an AB in A die Winkel $\frac{1}{2}\alpha$ und α ab.

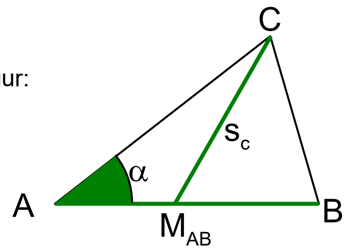
3. Trage auf dem freien Schenkel von $\frac{1}{2}\alpha$ die Strecke w_α ab bis D.

4. Die Halbgerade g = (BD) schneidet den freien Schenkel von α in C.



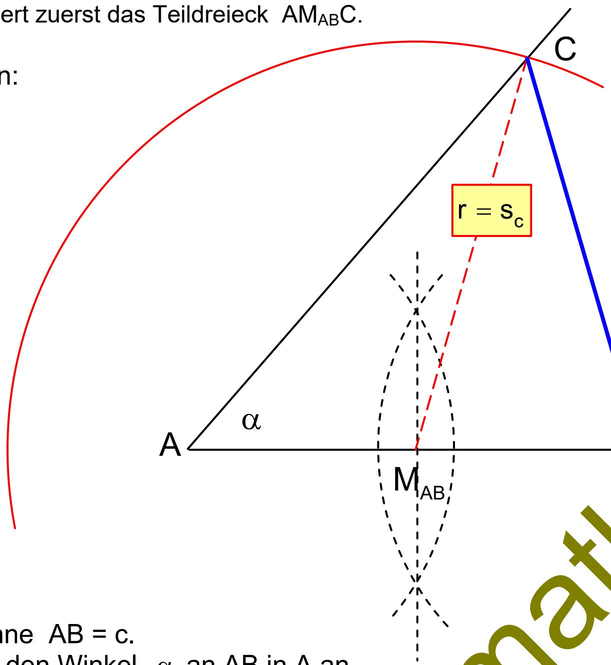
c) $c = 6{,}0$ cm, $s_c = 5{,}4$ cm und $\alpha = 49^\circ$.

Planfigur:



Konstruktionsidee:
Man konstruiert zuerst das Teildreieck $AM_{AB}C$.

Konstruktion:



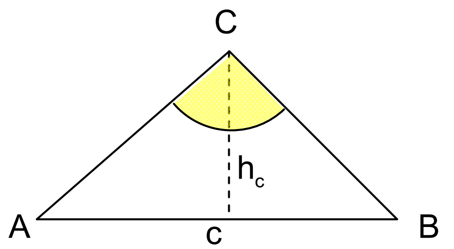
Konstruktionstext:

1. Zeichne $AB = c$.
2. Lege den Winkel α an AB in A an.
3. Konstruiere den Mittelpunkt M_{AB} von AB: (2 Kreisbögen oder Geodreieck)
4. Der Kreis mit Radius s_c um M_{AB} schneidet den freien Schenkel von α in C.
(5. Verbinde B mit C.)

Hinweis: Die Linie $M_{AC}C$ muss nicht unbedingt eingezeichnet werden!

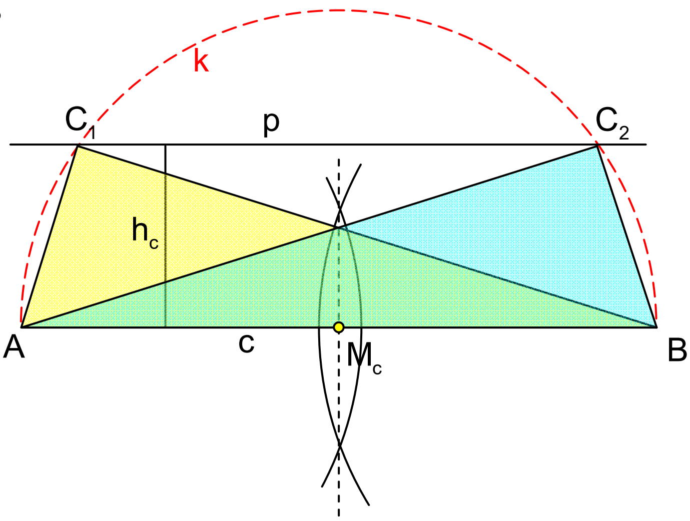
(d) $c = 8{,}4$ cm, $\gamma = 90^\circ$ und $h_c = 2{,}4$ cm.

Planfigur:



Konstruktion:

1. Zeichne AB = c.
2. Konstruiere den Mittelpunkt M_c von AB. (Etwa durch zwei Kreise um A und B mit gleichem Radius, was die Mittelsenkrechte ergibt !)
3. Zeichne den Thaleskreis k zu AB um M_c.
4. Zeichne zu AB eine Parallele p im Abstand h_c (auf der Seite des Thaleskreises).
5. p schneidet k in C_1 und C_2.

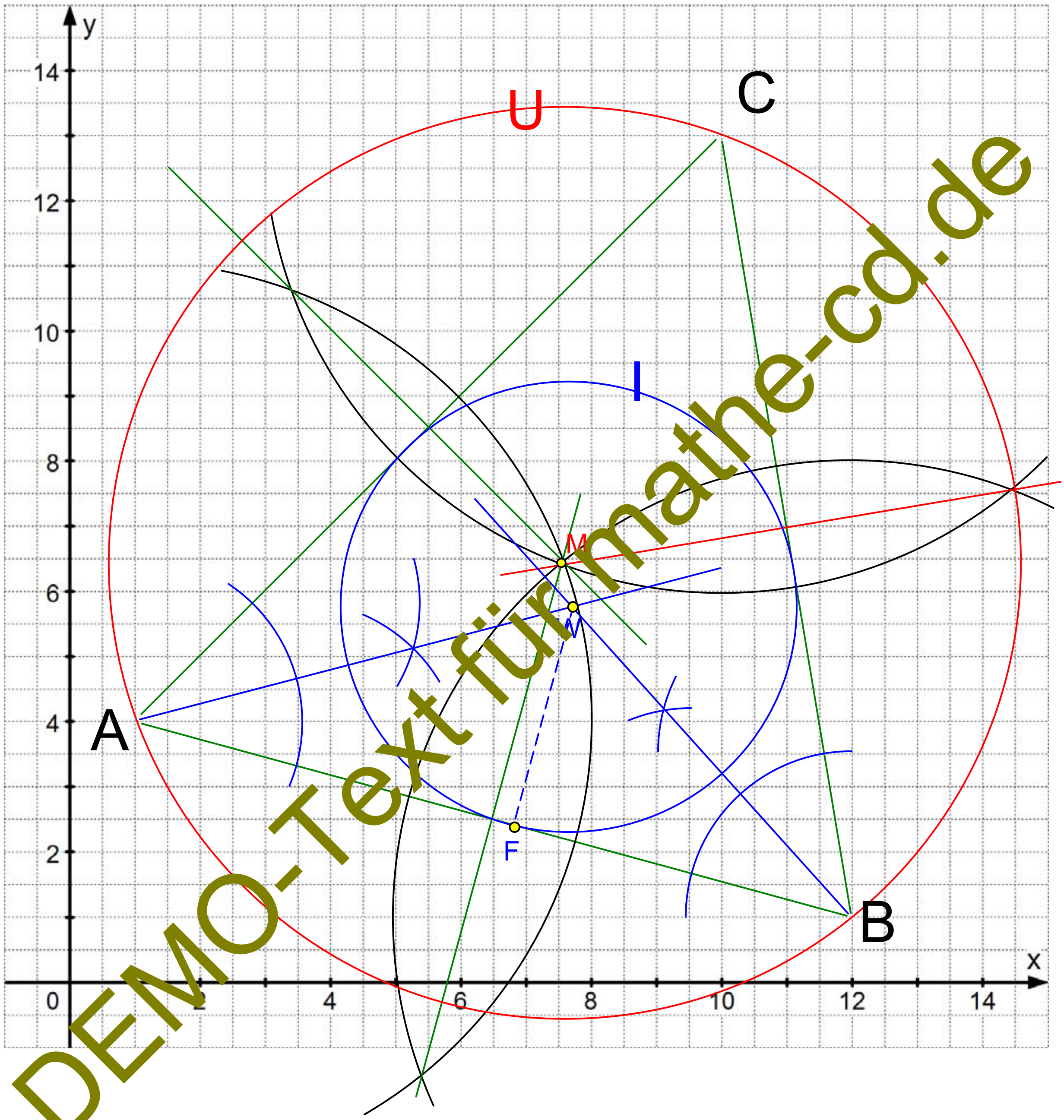


Es gibt zwei kongruente Lösungen ABC_1 (gelb) und ABC_2 (blau).
Wo die Dreiecke sich überschneiden entsteht grün!

Aufgabe 26

Konstruiere zum Dreieck ABC mit $A(1|4)$, $B(12|1)$, $C(10|13)$ den Umkreis und den Inkreis!

Lösung



Aufgabe 27

Welche Bedeutung hat der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden, der Mittelsenkrechten und der Winkelhalbierenden? Beschreibe, was man unter dem **Fasskreis** versteht!

Lösung:

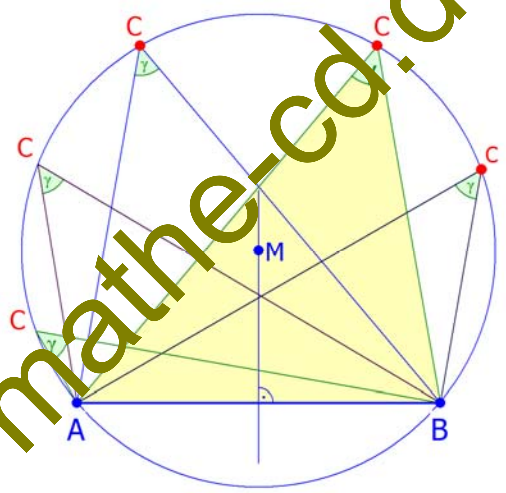
Der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden ergibt den Schwerpunkt. Er teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis 1:2.

Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten ergibt den Umkreismittelpunkt.

Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden ergibt den Inkreismittelpunkt.

Der Fasskreis:

Wenn man eine Strecke AB von einem Punkt C aus unter einem bestimmten Winkel γ sieht, dann liegt C auf einem Kreisbogen, den man Fasskreis nennt.



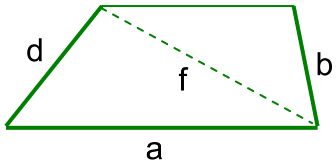
Alle Punkte des Fasskreises haben die Eigenschaft, dass man die zugehörige Streck AB unter demselben Winkel sieht.

Hinweis: Ausführlich steht das im Text 11501

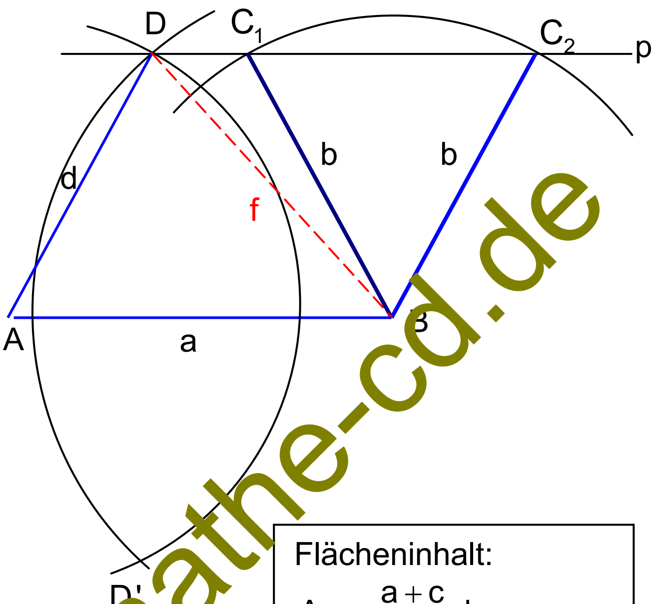
Aufgabe 28

Konstruiere ein Trapez aus $a = 5$ cm ; $d = 3{,}8$ cm ; $f = 4{,}5$ cm und $b = 4{,}0$ cm

Planfigur:



Konstruktion:



Konstruktionstext:

(1) Zeichne AB = a.
(2) Die Kreise um A mit Radius d und um B mit Radius f schneiden sich in D (bzw. D').
(3) Zeichne die Parallele p zu a durch D.
(4) Der Kreis um B mit Radius b schneidet p in C_1 und C_2 .

Ergebnis: Es gibt zwei nicht kongruente Lösungen ABC_1D und ABC_2D.

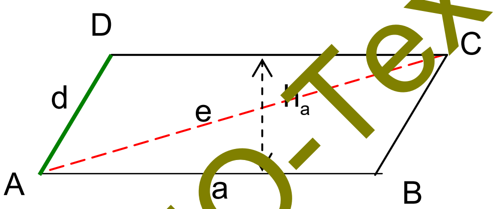
Flächeninhalt:

$$A_{Tr} = \frac{a+c}{2} \cdot h = \ldots$$

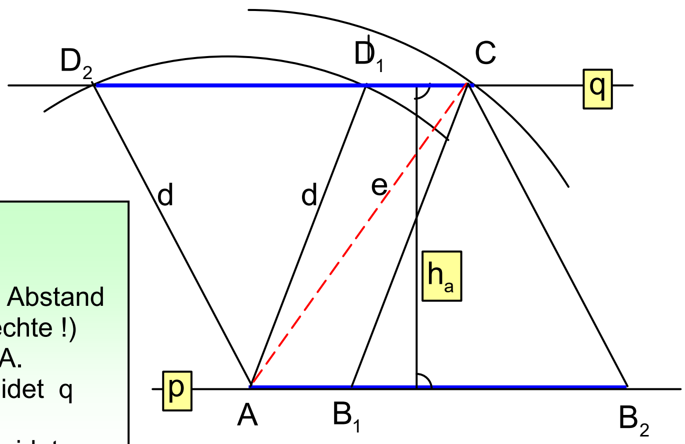
Aufgabe 29

Konstruiere ein Parallelogramm aus d = 4,4 cm, h_a = 4 cm und e = 5 cm.

Planfigur



Konstruktion



Konstruktionstext:

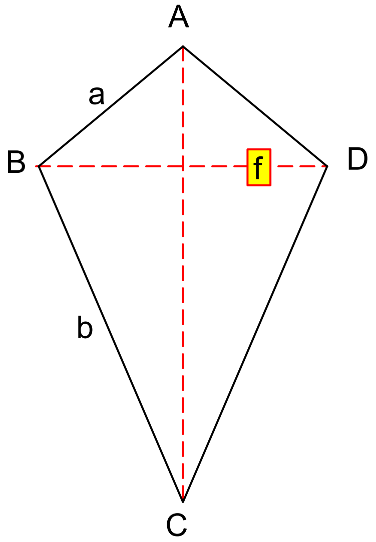
(1) Zeichne zwei Parallelen p und q im Abstand h_a (h_a ist eine gemeinsame Senkrechte !)
(2) Wähle auf p einen beliebigen Punkt A.
(3) Der Kreis um A mit Radius d schneidet q in D_1 und D_2 .
(4) Der Kreis um A mit Radius e schneidet q in C. (Der 2. Schnittp. C' ist unbrauchbar)
(5) Die Parallele zu AD_2 durch C schneidet p in B_2 .
(6) Die Parallele zu AD_1 durch C schneidet p in B_1 .

Ergebnis: Es gibt zwei nicht kongruente Lösungen AB_1CD_1 und AB_2CD_2 .

Aufgabe 30

Konstruiere einen Drachen (d. h. symmetrischen Drachen) aus a = 3 cm, b = 5 cm und f = 4 cm.

Planfigur



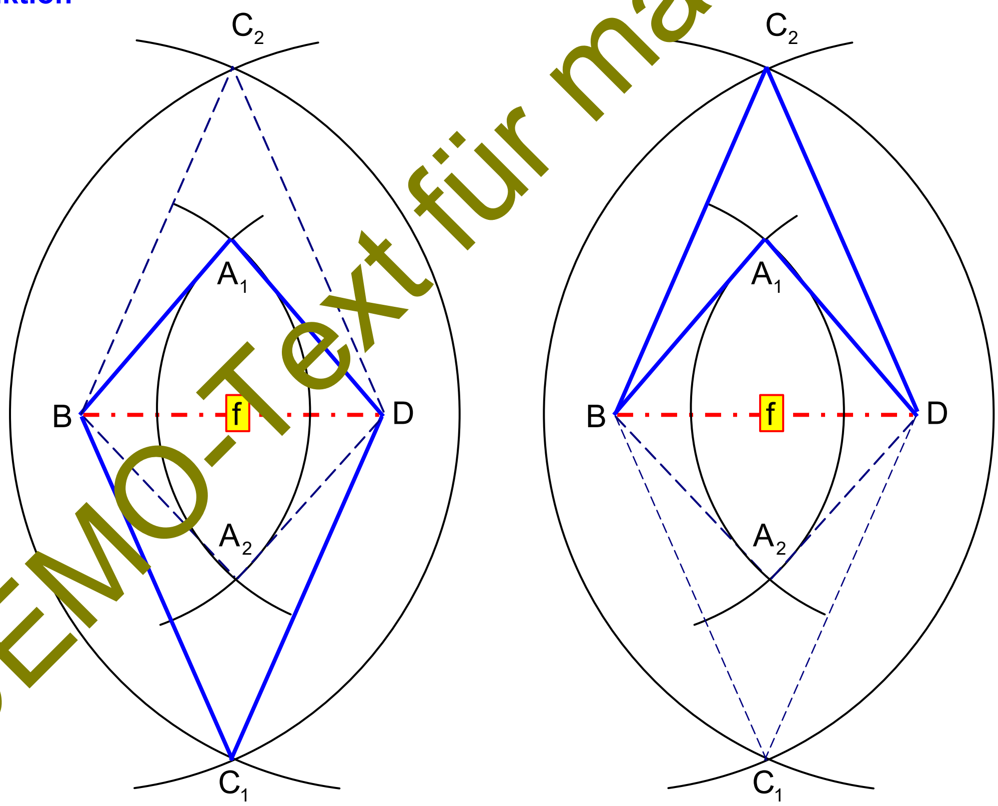
Konstruktionstext:

(1) Zeichne BD = f.
(2) Die Kreise um B und D mit Radius a schneiden sich in A_1 und A_2 (Beachte: d = a !)
(3) Die Kreise um B und D mit Radius b schneiden sich in C_1 und C_2 (Beachte: c = b !)

<u>**Ergebnis**</u>: Es ergeben sich 4 Drachen:
Die Drachen A_1BC_1D und A_2BC_2D sind kongruent (Abbildung links).

Dazu nicht kongruent, aber unter sich kongruent sind die nach innen gerichteten Drachen A_1BC_2D und A_2BC_1D (Abbildung rechts).

Konstruktion



Teil 2:

Jahresklassenarbeit

Jahresklassenarbeit Klasse 7b – 22. Juni 2007 Name:

Teil 1: Ohne Taschenrechner bearbeiten, dann Blatt abgeben.

Aufgabe 1: Rationale Zahlen

a) $(-74)+(-19)=$

b) $(-53)-(+9)=$

c) $(-23)-(-24)=$

d) $(-12)\cdot(-13)=$

e) $(-5)^4=$

f) $\dfrac{(-28)\cdot(+24)\cdot(-15)}{(-35)\cdot(-48)\cdot(-6)}=$

Gib das Ergebnis als gemischte Zahl an:

g) $-7\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}+3\frac{1}{5}=$

Teil 2: Mit Taschenrechner bearbeiten

Aufgabe 2: Zuordnungen

a) Was für Zuordnungen werden durch die folgenden Tabellen dargestellt?
Ergänze die fehlenden Werte.

Tabelle 1:

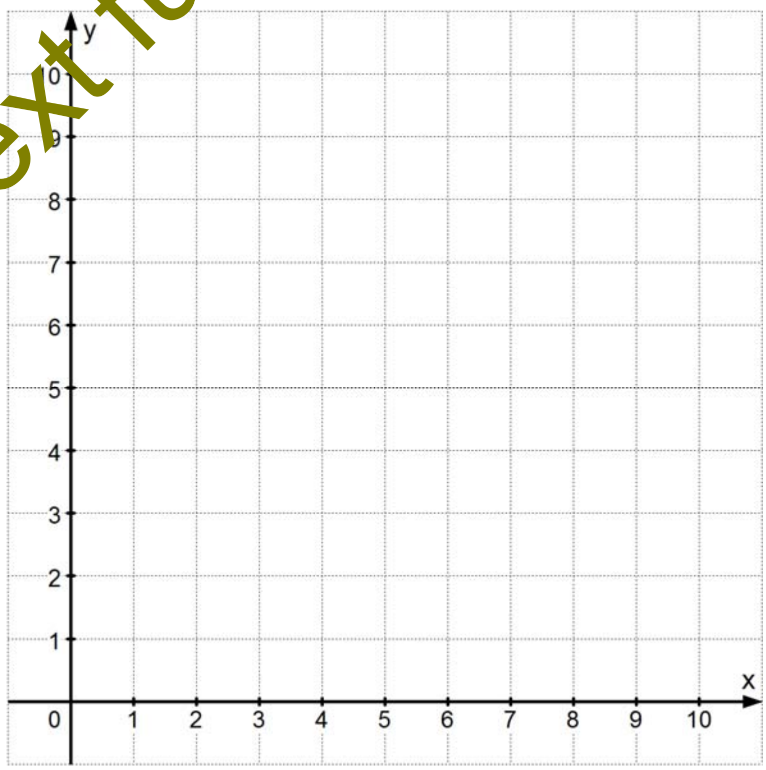
x	2	6,4	11	8	
y	3	9,6	16,5		19,5

Tabelle 2:

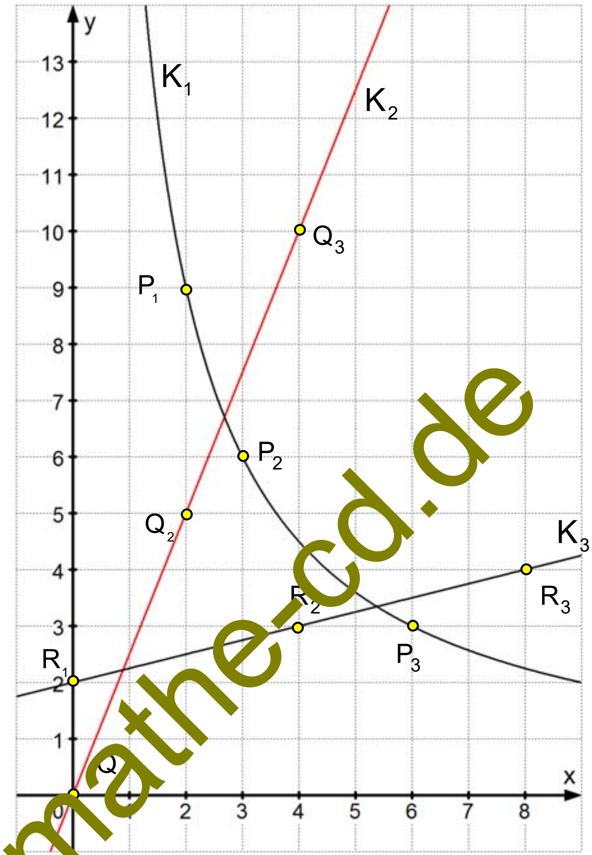
x	2	2,5	10	12	
y	8	6,4	1,6		5

Gib für jede Zuordnung die Gleichung an und stelle sie im Koordinatensystem dar

Zeichne zu jeder Kurve 4 Punkte ein.



2b) Die im Schaubild dargestellten Kurven K_1, K_2 und K_3 gehören zu drei Zuordnungen.



Welche der drei Kurven gehört zu einer Proportionalität. Gib ihre Gleichung an.

Freiwillig:

Welche Namen tragen die anderen Zuordnungen?
Kennst Du ihre Bildungsvorschrift (Gleichung)?

Zusatz (freiwillig)

2c) Erfinde eine Geschichte zu dieser Zuordnung: $y = 40\,€ + 8\frac{€}{h} \cdot x$

Berechne drei Paare dazu.

Aufgabe 3: Zuordnungen – Textaufgaben

a) Ein Autofahrer benötigt für 320 km 23,7 Liter Diesel.
Wie viel braucht er für 510 km und wie weit kommt er mit einer vollen Tankfüllung (65 Liter), wenn man konstanten Verbrauch zugrundelegt.

b) Klaus benötigt für die Strecke Torgelow-Berlin 105 Minuten und hat dabei eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $85\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ erzielt. Lukas erzielt laut Bordcomputer auf derselben Strecke eine Durchschnittsgeschwindigkeit von nur $75\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Wie lange hat er für diese Strecke gebraucht?

Aufgabe 4: Prozentrechnung

a) Wie viel Prozent sind $\frac{9}{16}$?

b) In Torgelow sind in der Klassenstufe 7 8 von 22 Schüler extern. Wie viel Prozent sind das?

68,2 % der 22 Schüler sind Mädchen, wie viele sind das?

In der Klassenstufe 10 gibt es 22,9 % Brillenträger, das sind 11 Schüler. Wie viele Schüler besuchen diese Klassenstufe?

c) Ein Laptop kostet 599 €. Berechne den darin enthaltenen Anteil der Mehrwertsteuer, die mit 19% berechnet wird.

Im Sonderangebot der Woche wird dieses Gerät um 19% billiger verkauft. Wie teuer ist es dann?

Aufgabe 5: Zinsrechnung

a) Gustav hat 1250 € Geld auf seinem Sparkonto, er erhält darauf 3,5% Zins.
Welchen Betrag weist sein Konto nach 2 Jahren auf?

b) Frau Schlemmer hat geerbt und legt 24.000 € auf der Bank an.
Nach einem Jahr hat sie 25.080 € auf dem Konto. Wie hoch war der Zinssatz, den die Bank gewährt hat ?

Aufgabe 6: Geometrie

a) Konstruiere ein Dreieck aus $c = 7{,}2\,\text{cm}$, $\beta = 62^{\circ}$ und der Winkelhalbierenden $w_{\beta} = 4{,}2\,\text{cm}$. Konstruiere zu diesem Dreieck den Umkreis.
Beschreibe die Konstruktion (nicht zu ausführlich).
Verwende die gezeichnete Strecke AB als c.

A B

b) Konstruiere ein Parallelogramm aus a = 5 cm, h_a = 4 cm und f = 6 cm.

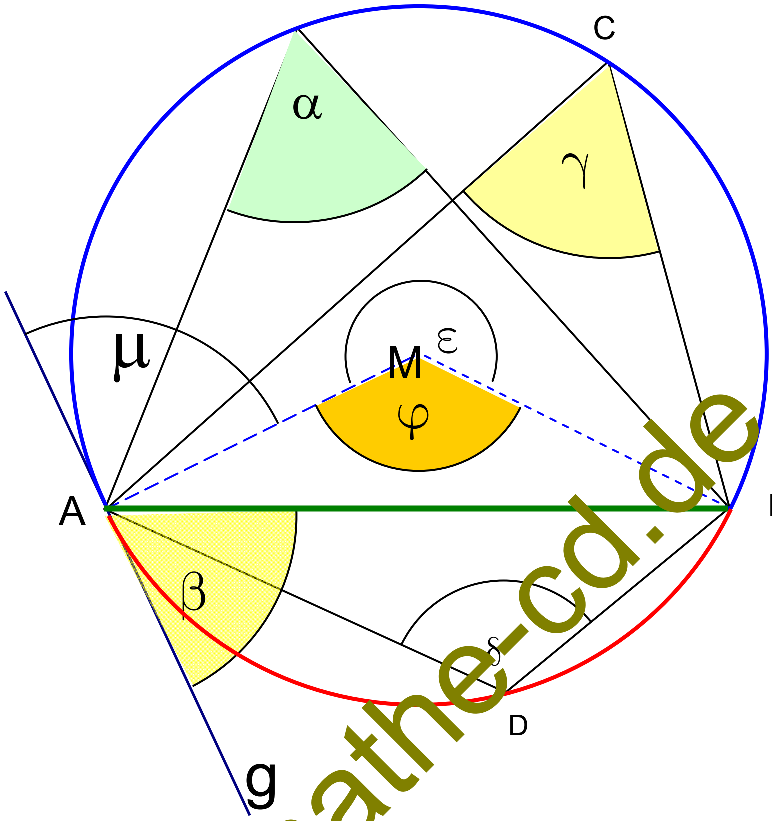
Zeichne alle nicht kongruenten Lösungen ein. AB ist schon gezeichnet!

A B

c) Gegeben ist $\gamma = 50^\circ$.

Nebenstehende Abbildung ist nicht maßstabsgetreu. Abmessen hilft also nicht unbedingt weiter.

Berechne die Größen der anderen Winkel. Gib immer eine Begründung dazu an!



Lösung:

Lösungen zur Jahresklassenarbeit

Teil 1: Ohne Taschenrechner bearbeiten, dann Blatt abgeben.

Aufgabe 1: Rationale Zahlen

a) $(-74)+(-19)=-74-19=-93$

b) $(-53)-(+9)=-53-9=-62$

c) $(-23)-(-24)=-23+24=1$

d) $(-12)\cdot(-13)=+156$

e) $(-5)^4=+625$

f) $\dfrac{\left(-\cancel{28}^{\,4}\right)\cdot\left(+\cancel{24}^{\,1}\right)\cdot\left(-\cancel{15}^{\,3}\right)}{\left(-\cancel{35}_{\,5}\right)\cdot\left(-\cancel{48}_{\,2}\right)\cdot(-6)}=-\dfrac{12}{12}=-1$

Gib das Ergebnis als gemischte Zahlen an:

g) $-7\dfrac{1}{3}-2\dfrac{1}{2}+3\dfrac{1}{5}=-\dfrac{22}{3}-\dfrac{5}{2}+\dfrac{16}{5}=\dfrac{-220-75+96}{30}=\dfrac{-220-75+96}{30}=-\dfrac{199}{30}=-6\dfrac{19}{30}$

Teil 2: Mit Taschenrechner bearbeitet:

Aufgabe 2: Zuordnungen

a) Welche Zuordnungen werden durch die folgenden Tabellen dargestellt?
Ergänze die fehlenden Werte.

Tabelle 1:

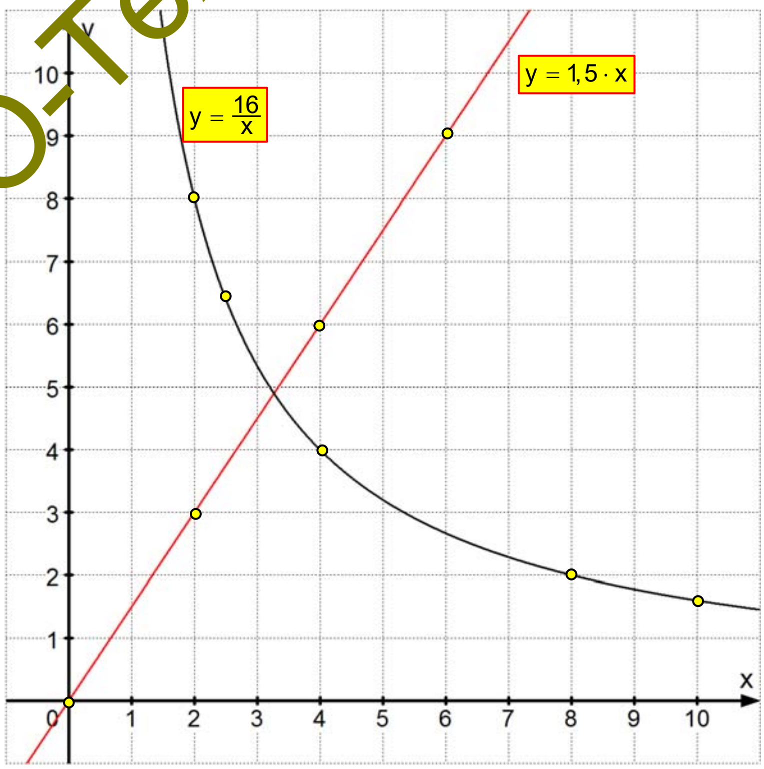
x	2	6,4	11	8	13
y	3	9,6	16,5	12	19,5
$\frac{y}{x}$	$\frac{3}{2}=1{,}5$	$\frac{3}{2}=1{,}5$	$\frac{3}{2}=1{,}5$	1,5	1,5

Gleichung: $\frac{y}{x}=1{,}5 \quad\Rightarrow\quad y=1{,}5\cdot x$,
Also gehört zu x = 8 der Wert $y=1{,}5\cdot 8=12$
und zu y = 19,5 gehört $19{,}5:1{,}5=13$

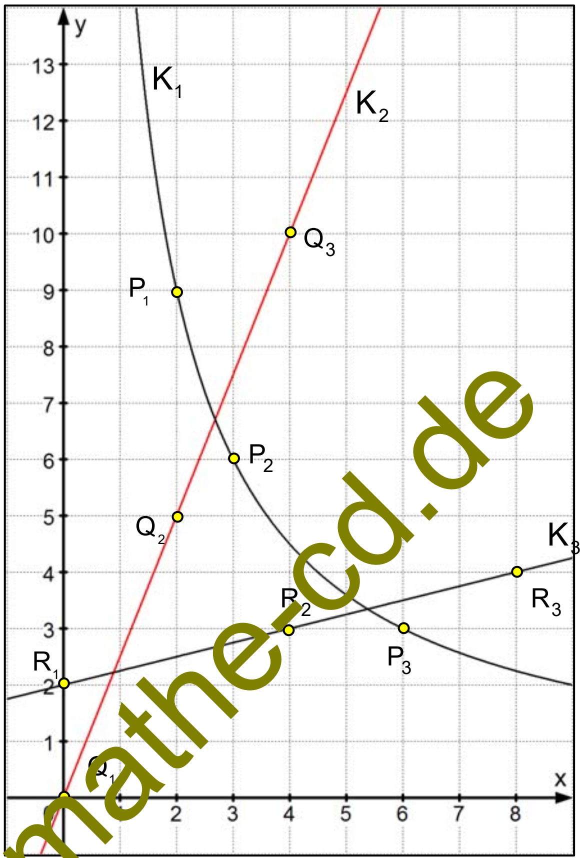
Tabelle 2:

x	2	2,5	10	12	3,2
y	8	6,4	1,6	$\frac{4}{3}$	5
$x\cdot y$	16	16	16	16	16

Gleichung: $y\cdot x=16$ also $y=\frac{16}{x}$
Also gehört zu x = 12 $y=\frac{16}{12}=\frac{4}{3}$ und zu y = 5 $x=\frac{16}{5}=3{,}2$.



b) Die im Schaubild dargestellten Kurven K_1, K_2 und K_3 gehören zu diesen Zuordnungen:



K_1: $P_1(2|9)$, $P_2(3|6)$, $P_3(6|3)$

Gleichung: $y \cdot x = 18 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{18}{x}$,

Umgekehrte Proportionalität, Hyperbel

K_2: $Q_1(0|0)$, $Q_2(2|5)$, $Q_3(4|10)$

Gleichung: $\frac{y}{x} = 2{,}5$ bzw. $y = 2{,}5 \cdot x$,

Proportionalität, Ursprungsgerade

K_3: $R_1(0|2)$, $R_2(4|3)$, $R_3(8|4)$

Gleichung: $y = 2 + \frac{1}{4} \cdot x$

Linearität

1c) Erfinde eine Geschichte zu dieser Zuordnung:

$$y = 40\,€ + 8\frac{€}{h} \cdot x$$

Berechne drei Paare dazu. Um welche Art Zuordnung handelt es sich?

Lösung:

Mein Beispiel: Ein Arbeiter erhält 40 € Grundgehalt und pro Stunde noch 8 €. Dann stellt y seinen Verdienst zu x Stunden dar.

Zu x = 0 h gehören y = 40 €,
zu x = 1 h gehören y = 48 €,
zu x = 2 h gehören y = 56 €, usw.

(Es handelt sich um eine Linearität.)

Aufgabe 3: Zuordnungen – Textaufgaben

a) Ein Autofahrer benötigt für 320 km 23,7 Liter Diesel.
Wie viel braucht er für 510 km und wie weit kommt er mit einer vollen Tankfüllung (65 Liter), wenn man konstanten Verbrauch zugrundelegt.

Lösung:

Die Paare $P_1(320\text{ km} \mid 23{,}7\text{ L})$, $P_2(510\text{ km} \mid y_2)$ und $P_3(x_3 \mid 65\text{ L})$ sind quotientengleich.

$$\frac{y_2}{510\text{ km}} = \frac{23{,}7\text{ L}}{320\text{ km}}.$$ Diagonalprodukte:

$$320\text{ km} \cdot y_2 = 23{,}7\text{ L} \cdot 510\text{ km} \quad\Rightarrow\quad y_2 = \frac{23{,}7\text{ L} \cdot 510\,\cancel{\text{km}}}{320\,\cancel{\text{km}}} \approx 37{,}8\text{ L}$$

$$\frac{x_3}{65\text{ L}} = \frac{320\text{ km}}{23{,}7\text{ L}} \quad\Rightarrow\quad x_3 \cdot 23{,}7\text{ L} = 320\text{ km} \cdot 65\text{ L} \quad\Rightarrow\quad x_3 = \frac{320\text{ km} \cdot 65\,\cancel{\text{L}}}{23{,}7\,\cancel{\text{L}}} \approx 877{,}6\text{ km}$$

Ergebnis: Für 510 km braucht er etwa 37,8 Liter und mit 65 Litern kann er etwa 877,6 km weit fahren.

b) Klaus benötigt für die Strecke Torgelow Berlin 105 Minuten und hat dabei eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $85\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ erzielt. Lukas erzielt laut Bordcomputer auf derselben Strecke eine Durchschnittsgeschwindigkeit von nur $75\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Wie lange hat er für diese Strecke gebraucht?

Lösung:

Die Paare $Q_1\left(105\text{ min} \mid 85\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$ und $Q_2\left(x_2 \mid 75\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$ sind produktgleich:

$$x_2 \cdot 75\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 105\text{ min} \cdot 85\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \quad\Rightarrow\quad x_2 = \frac{105\text{ min} \cdot 85\,\cancel{\frac{\text{km}}{\text{h}}}}{75\,\cancel{\frac{\text{km}}{\text{h}}}} = 119\text{ min}$$

Ergebnis: Lukas hat 119 Minuten gebraucht.

Aufgabe 4: Prozentrechnung

a) Wie viel Prozent sind $\frac{9}{16}$?

$$\tfrac{9}{16} = 0{,}5625 = 56{,}25\%$$

b) In Torgelow sind in der Klassenstufe 7 8 von 22 Schüler extern.
Wie viel Prozent sind das?

$$p = \tfrac{8}{22} \approx 0{,}3636 \approx 36{,}4\ \%$$

68,2 % der 22 Schüler sind Mädchen, wie viele sind das?

$$W = 0{,}683 \cdot 22 \approx 15{,}026: \quad \text{Es sind 15 Mädchen.}$$

In der Klassenstufe 10 gibt es 22,9 % Brillenträger, das sind 11 Schüler.
Wie viele Schüler besuchen diese Klassenstufe?

$$G = \frac{11}{0{,}229} \approx 48{,}03 \approx 48 \quad \text{Schüler}$$

c) Ein Laptop kostet 599 €. Berechne den darin enthaltenen Anteil der Mehrwertsteuer, die mit 19% berechnet wird.

$$M = \frac{B}{1{,}19} \cdot 0{,}19 = \frac{599\ €}{1{,}19} \cdot 0{,}19 \approx 95{,}64\ €$$

Im Sonderangebot der Woche wird dieses Gerät um 19% billiger verkauft.
Wie teuer ist es dann?

Endpreis: $E = 599\ € \cdot 0{,}81 = 485{,}19\ €$

Aufgabe 5: Zinsrechnung

a) Gustav hat 1250 € Geld auf seinem Sparkonto, er erhält darauf 3,5% Zins. Welchen Betrag weist sein Konto nach 2 Jahren auf?

Lösung:

Es ist q = 1 + p = 1,035.

$$K_1 = K_0 \cdot q = 1250€ \cdot 1{,}035 = 1293{,}75\ €$$
$$K_2 = K_1 \cdot q = 1293{,}75\ € \cdot 1{,}035 = 1339{,}03\ €$$

Oder auf einmal.

$$K_2 = K_O \cdot q^2 = 1250\ € \cdot 1{,}035^2 = 1339{,}03\ €$$

b) Frau Schlemmer hat geerbt und legt 24.000 € auf der Bank an. Nach einem Jahr hat sie 25.080 € auf dem Konto. Wie hoch war der Zinssatz, den die Bank gewährt hat?

Lösung:

$$q = \frac{K_1}{K_O} = \frac{25080}{24000} = 1{,}045 \quad \Rightarrow \quad p = q - 1 = 0{,}045 = 4{,}5\%$$

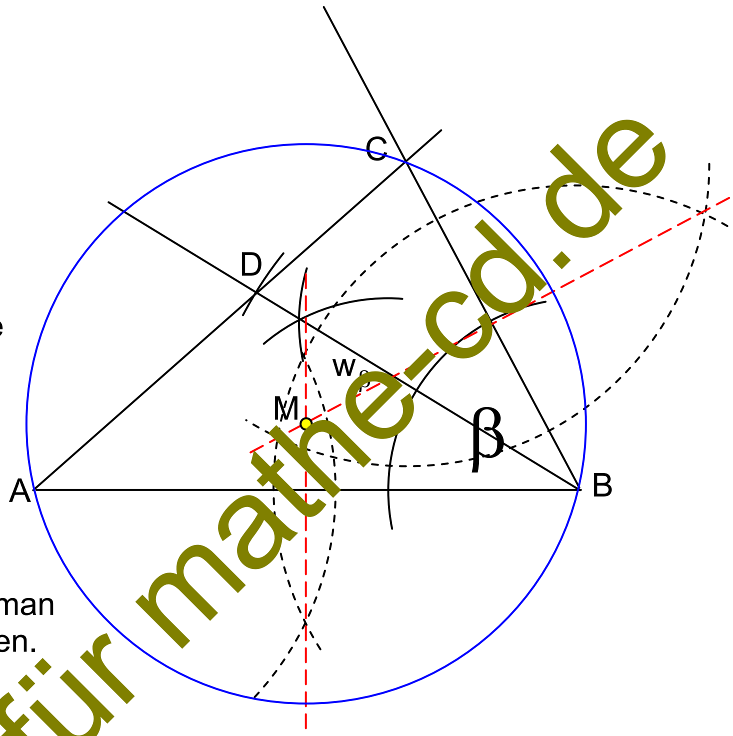
Aufgabe 6: Geometrie

a) Konstruiere ein Dreieck aus $c = 7{,}2\text{ cm}$, $\beta = 62^{\circ}$ und der Winkelhalbierenden $w_{\beta} = 4{,}2\text{ cm}$. Konstruiere zu diesem Dreieck den Umkreis.
Beschreibe die Konstruktion (nicht zu ausführlich).

Lösung:

Konstruktion:

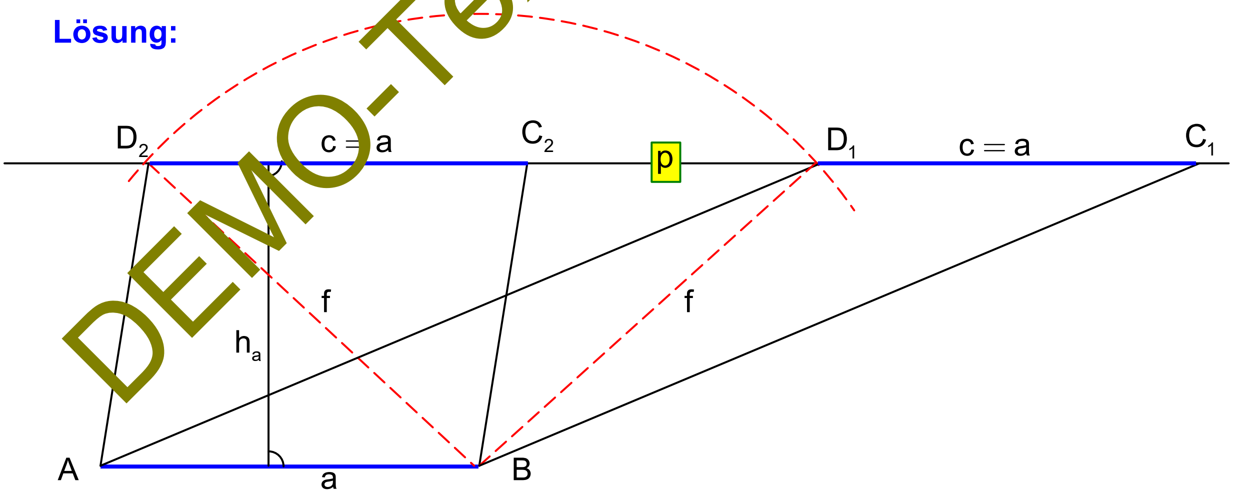
1. Zeichne AB = c.
2. Lege an AB in B Winkel β an.
3. Konstruiere die Winkelhalbierende zu β als Halbgerade.
   Trage auf ihr von B aus die Strecke w_{β} ab (Kreisbogen um B) bis D.
4. Die Gerade von A durch D schneidet den freien Schenkel von β in C.



5. Den Umkreismittelpunkt M erhält man als Schnitt zweier Mittelsenkrechten.

b) Konstruiere ein Parallelogramm aus a = 5 cm, h_a = 4 cm und f = 6 cm.
Zeichne alle nicht kongruenten Lösungen ein.

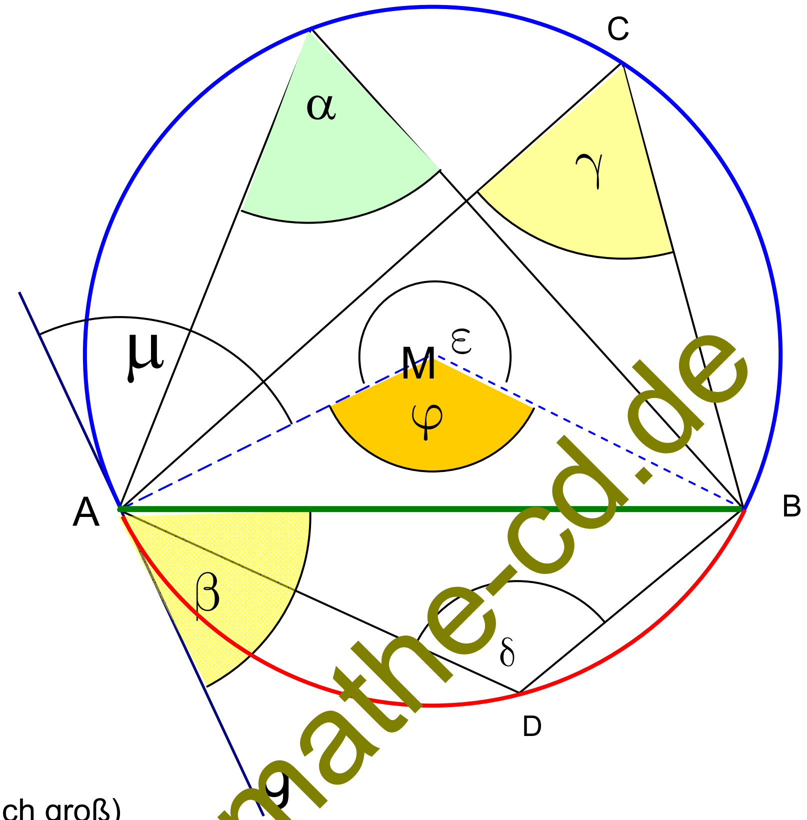
Lösung:



Ergebnis: Es gibt zwei nicht kongruente Lösungen ABC_1D_1 und ABC_2D_2.

c) Gegeben ist $\gamma = 50^O$.

Berechne die Größen der anderen Winkel.
Gib immer eine Begründung dazu an!



Lösung:

Dann ist $\alpha = \gamma = 50^O$
(Diese Umfangswinkel sind gleich groß)

Und es ist $\delta = 180^O - \gamma = 130^O$
(gegenüberliegende Umfangswinkel haben die Summe 180^O.

$\varphi = 2 \cdot \gamma = 100^O$ (Der Mittelpunktswinkel ist doppelt so groß wie der zugehörige Umfangswinkel)

$\varepsilon = 2 \cdot \delta = 260^O$ oder $\varepsilon = 360^O - \varphi = 260^O$

$\beta = \gamma = 50^O$ (Sehnentangentenwinkel ist gleich groß wie der zugehörige Umfangswinkel)

$\mu = 90^O$ denn die Tangente g steht senkrecht auf dem Berührradius AM.